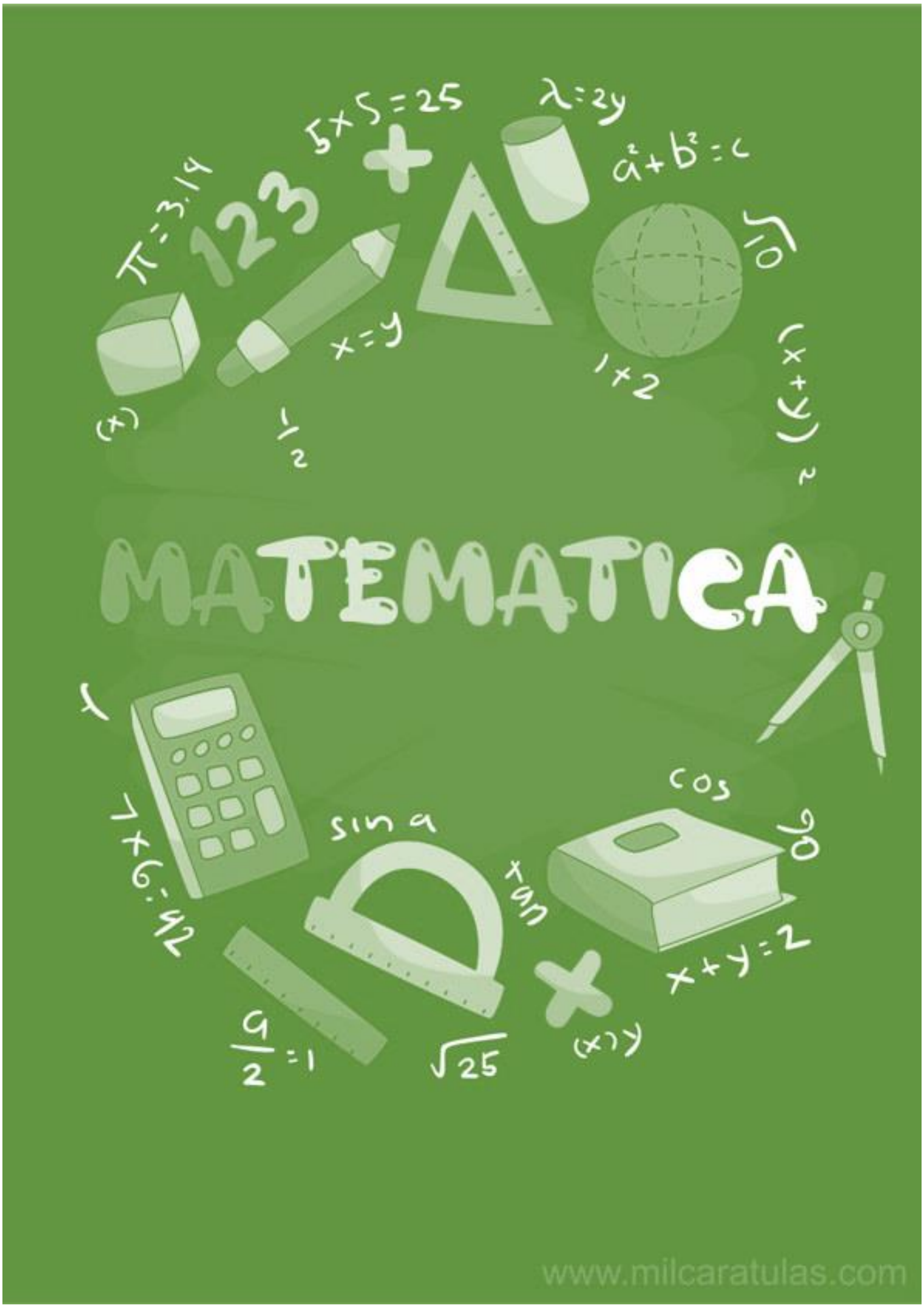
MATEMATICA 2



OPERACIONES CON NUMEROS NATURALES

Clase 1 / 4

♥ ¿Cómo podríamos expresar la edad, el peso?

♥ ¿Cómo indicamos la hora?

♥Los números sirven para expresar una cantidad determinada.

NUMEROS NATURALES

Datos sobre los números naturales

- Los números naturales se representan con la letra N.
- El conjunto de los números naturales es infinito, ya que no tiene un último número.
- Los números naturales se utilizan para contar.

Las propiedades de los números naturales se relacionan con:

SU ORDEN

SU SUCESOR

REPRESENTACION EN LA RECTA NUMERICA

Orden

- Los números naturales se pueden ordenar de mayor a menor o menor a mayor.
- Un número es mayor que otro si está a su derecha en la recta numérica.
- Un número es menor que otro si está a su izquierda en la recta numérica.

Sucesor

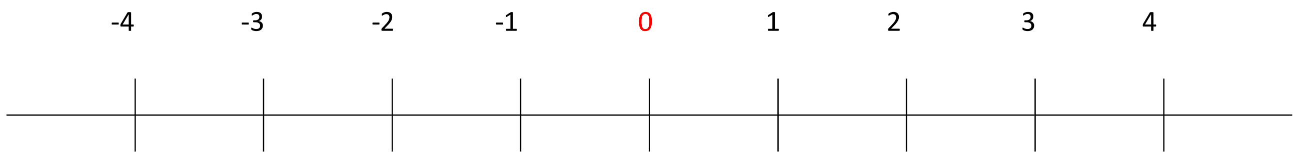
- Todos los números naturales tienen un único sucesor.
- Dos números naturales distintos no pueden tener el mismo sucesor.
- El 1 no es el sucesor de ningún número natural.

Representación en una recta numérica

- Los números naturales se pueden representar en una recta numérica mediante puntos equidistantes.
- El sucesor de un número natural se encuentra inmediatamente a su derecha.
- El antecesor de un número natural, excepto el 1, se encuentra inmediatamente a su izquierda.

¿Cómo se representan gráficamente los números naturales?

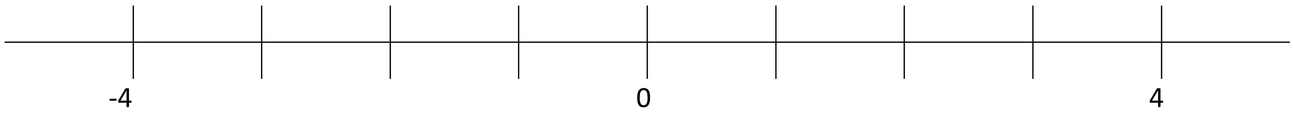
A los números naturales los representamos mediante puntos sobre una recta, para ello debemos fijar la posición del punto 0 y la longitud del segmento unidad, que será el segmento que llevaremos sobre la recta sucesivas veces según el valor del número.



La distancia entre cualquier número entero y el cero se denomina ***valor absoluto o módulo***. Es siempre positivo, y se simboliza $|x|$

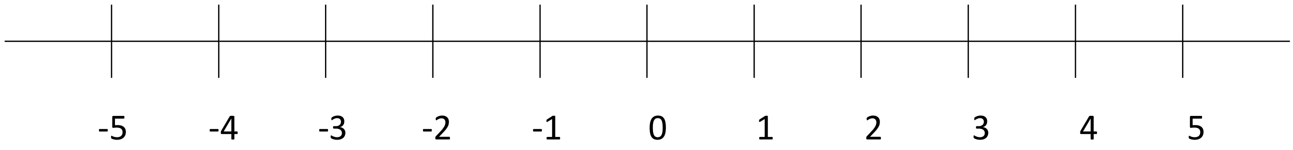
Dos números enteros son ***opuestos*** cuando en la recta numérica están a la misma distancia del cero y tienen distinto signo. Es decir, tienen el ***mismo módulo pero diferente signo***.

Por ejemplo: el -4 y el 4. El módulo de ambos números es el 4 porque es la distancia desde cada número al 0.



Un número es el ***siguiente*** de otro cuando está inmediatamente a su derecha en la recta numérica; y es el ***anterior*** cuando está inmediatamente a su izquierda.

……………….NUMEROS NEGATIVOS------------------------0…………….NUMEROS POSITIVOS……………………….



Por ejemplo: El -3 es el siguiente de -4, y es el anterior de -2.

Un número y su siguiente o un número y su anterior se

denominan ***consecutivos***. Los números 4 y 5 son consecutivos.

También lo son el -1 y el 0.

Conclusión:

Todo número negativo es menor que cualquier positivo y todo número positivo es mayor que cualquier negativo.

El cero es mayor que cualquier número negativo y menor que cualquier número positivo.

Entre dos números positivos es mayor el de mayor módulo y entre dos números negativos es menor el de mayor módulo.

Los símbolos matemáticos

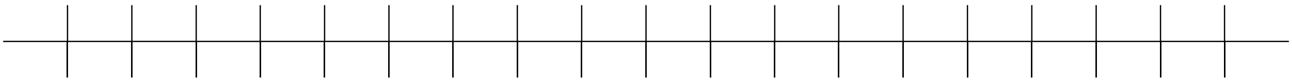
mayor que ">"

menor que "<"

En los signos **mayor y menor**, debes tener en cuenta que el vértice señala siempre el número menor Por ej:

-1 > -5; 4 < 8

1- Ubiquen en la recta numérica los siguientes números: -4, 8, 10, -5, 7, -6, -9, -7, marcando primero **siempre el 0**



2- Ordenen los números según la condición.

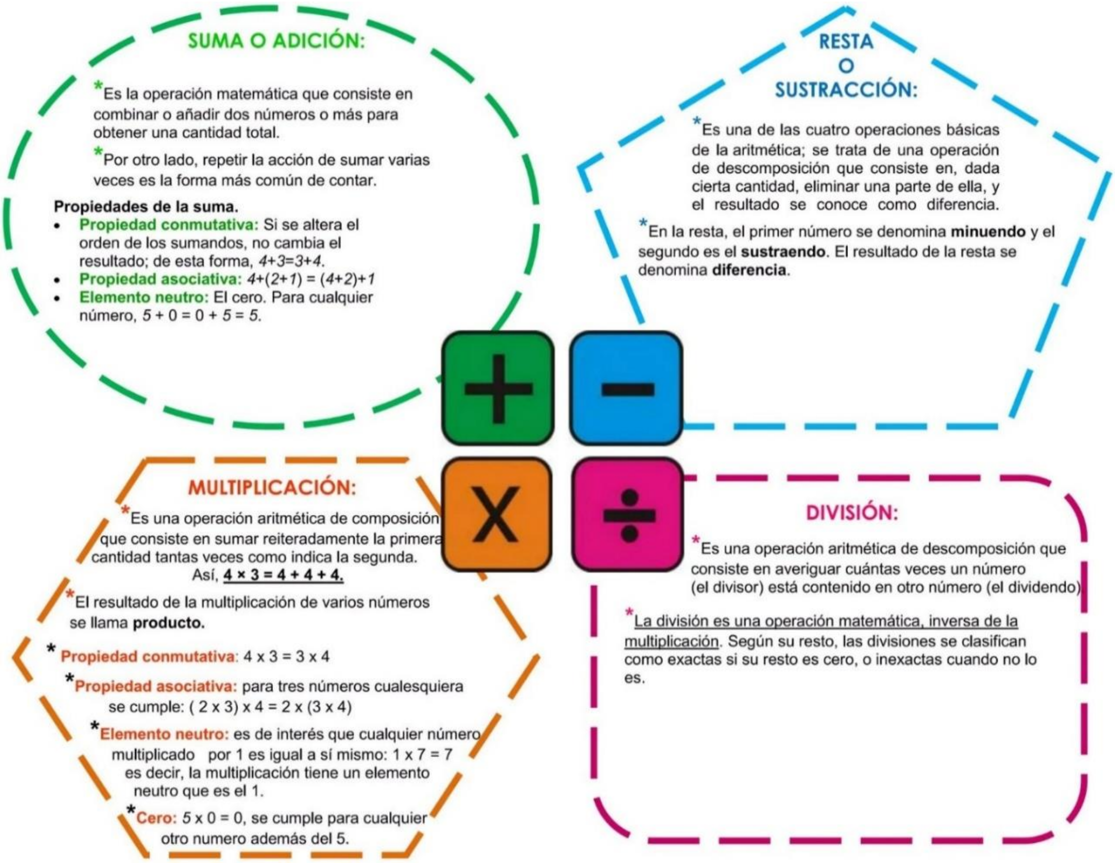
a) De menor a mayor: -12, 3, 10, -25, -65, 80, 95, -102
b) De mayor a menor: -10, 15, 6, 93, 24, -75, 28, -34, -17

3- Coloquen Verdadero o Falso según corresponda en cada caso.

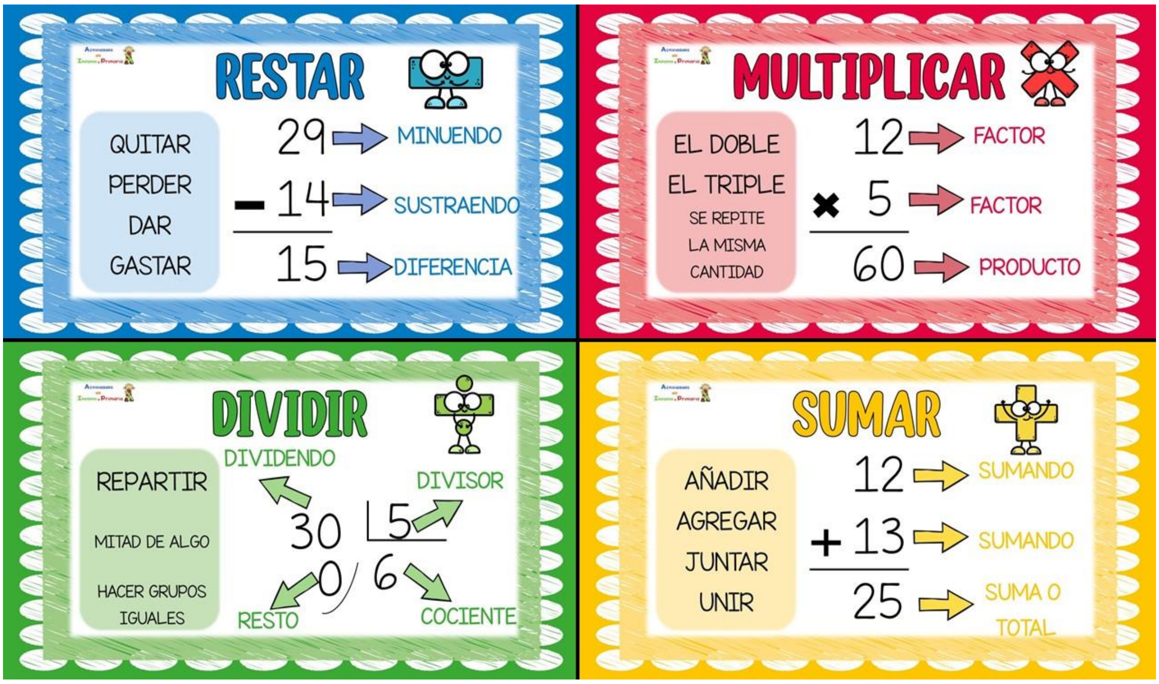
a) 3 es el opuesto de 0
b) -8 es el opuesto de 8
c) $-12 < -15$
d) $-1 > 0$
e) $|-6| > 7$
f) $|-14| < |16|$
g) -25 es el siguiente de -24
h) 31 es el anterior de 32
i) -43 es el anterior de -42
j) $-8 < 2$
k) 13 está a la derecha de -3
l) 6 está a la izquierda de -4
m) 16 está a la derecha de 0
n) $0 > |-100|$
o) $-80 < 808$

Clase 5/ 9

- En el conjunto de los números naturales se pueden definir operaciones como la suma, la resta, la división y la multiplicación.



Términos de las operaciones



PROPIEDADES

Las operaciones con números naturales tienen propiedades:

SUMA O ADICION

Conmutatividad o propiedad conmutativa

Asociatividad o propiedad a

Distributividad o propiedad distributiva

Elemento neutro

Propiedad conmutativa

- El orden de los números no altera el resultado.
- Por ejemplo, a + b = b + a y a × b = b × a.

Cuando se suman dos o más números, el resultado es el mismo independientemente del orden de los sumandos
Por ejemplo: 4 + 3 + 5 = 5 + 4 + 3 = 4 + 5 + 3

Propiedad asociativa

- La operación es la misma sin importar las agrupaciones.
- Por ejemplo, (2 + 3) + 4= 2 + (3 + 4).
  Cuando se suman tres o mas números, el resultado es el mismo independientemente del orden en que se suman o agrupen los sumandos
  Por ejemplo
  (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)

Propiedad distributiva

- La suma de dos números multiplicado por un número es igual a la suma de cada número multiplicado independientemente por ese número.

- Por ejemplo, 4 x (6 + 3) = 4 x 6 + 4 x 3.

Elemento neutro

La suma de cualquier número y cero es igual al número original
Por ejemplo 5 + 0 = 5

RESTA O SUSTRACCION

♣ Para que dos números naturales se puedan restar es preciso que el minuendo sea mayor que el sustraendo.
Por ejemplo 128 – 35

♣ La resta no tiene propiedad conmutativa

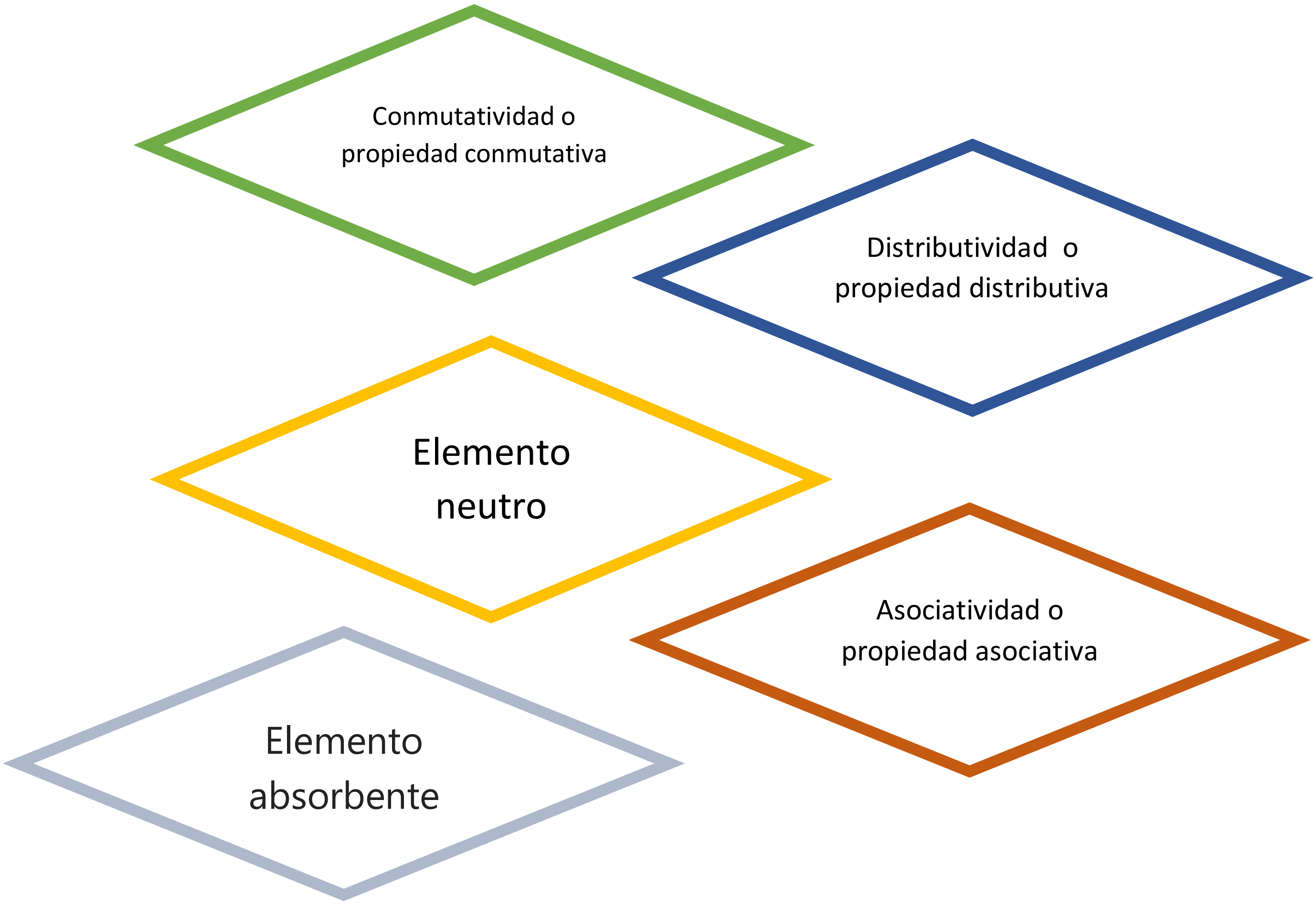
♣ El minuendo es igual a la suma del sustraendo y la diferencia
Por ejemplo: 10 – 3 = 7; 10 = 3 + 7

♣ El sustraendo es igual al minuendo menos la diferencia
Por ejemplo 12 – 8 = 4; 8 = 12 – 4

♣ El elemento neutro de la resta es el 0, porque cuando a un número cualquiera le restamos 0, sigue quedando el mismo número
Por ejemplo: 34 – 0 = 34

Clase 10/ 17

<u>PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN</u>



- **Propiedad conmutativa:** el orden de los factores no altera el producto. Por ejemplo, $4 \times 6 = 6 \times 4$.
- **Propiedad asociativa:** el orden en que se agrupan o asocian los factores no altera el producto. Por ejemplo, $(3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$.
- **Propiedad distributiva:** al multiplicar un número por una suma o resta, se multiplica dicho número por cada término de la operación, y después, se suman o restan los productos obtenidos. Ejemplo: $3 \times (6 + 4) = (3 \times 6) + (3 \times 4)$.
- **Elemento neutro (propiedad del 1):** el producto de cualquier número y 1, es ese número. Ejemplo: $5 \times 1 = 5$.

- **Elemento absorbente (propiedad del 0):** el producto de cualquier número y 0 es 0. Ejemplo: $3 \times 0 = 0$.

Propiedad conmutativa

El orden de los factores no altera el producto.

Por ejemplo:

$$2\times7=7\times2=14$$
$2\times7=7\times2=14$

Podemos ver que ambas multiplicaciones tienen como resultado 14, tienen diferente orden pero el mismo producto. Veamos otro ejemplo:

$$5\times4\times3\times2=2\times3\times4\times5=120$$

Ambas multiplicaciones tienen como resultado 120, hemos cambiado el orden de los factores pero el resultado es el mismo.

Propiedad asociativa

El orden en que se agrupan o asocian los factores no altera el producto.

Por ejemplo:

$$(3\times4)\times5=3\times(4\times5)$$

$$12\times5=3\times20 \longrightarrow 60$$

Podemos ver que hemos agrupado los factores en diferente orden, pero el producto es el mismo, 60.

Propiedad distributiva

Al multiplicar un número por una suma o resta, se multiplica dicho número por cada término de la operación, y después, se suman o restan los productos obtenidos.

Veamos un ejemplo:

$$3\times(6+4)=(3\times6)+(3\times4)$$

$$18 + 12 = 30$$

Elemento neutro

El producto de un número y 1 es el propio número.

Por ejemplo:

$$5\times1=5$$

$$10\times1=10$$

PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN

La división de números enteros tiene varias propiedades, entre ellas:

- **Ley de signos**: El cociente es positivo si los dos números tienen el mismo signo, y negativo si tienen signos diferentes.
- **División por 1**: Cualquier número dividido por 1 es igual a sí mismo.
- **División por 0**: La división por 0 no está definida.
- **División exacta**: El dividendo es igual al divisor por el cociente.
- **División entera**: El dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.
- **No cerradura**: El resultado de la división no siempre es un entero, y a veces se generan elementos racionales.
- **No conmutativa**: No es posible Intercambiar el dividendo y el divisor

Identifica las propiedades que se cumplen en los siguientes ejercicios:

a) 8 x 5 = 40 y 5 x 8 = 40, se cumple la propiedad……………………………………………………

b) 5 x (7 + 9) = (5 x 7) + (5 x 9), se cumple la propiedad ……………………………………….

c) 6 x 4 = 24 y 4 x 6 = 24, se cumple la propiedad ……………………………………………….

d) 7 x (5 x 3) = (7 x 5) x 3, se cumple la propiedad……………………………………………….

Actividades

1- Cambia los números de lugar (propiedad conmutativa) y agrúpalos (propiedad asociativa) como más te convenga para resolver los cálculos, siguiendo el ejemplo:

a. 175 + 82 + 25 + 8 + 10=300

82+8+10+25+175=300 **Se aplicó propiedad conmutativa.**
(82+8 +10)+(25+175)= **Se aplicó propiedad asociativa**
100 + 200 = 300

b. 1600 + 5800 + 200 + 400=

c. 773 + 290 + 10 + 7=

d. 345 + 100 + 25 + 200=

e. 750 + 210 + 500 + 120=

f. 4500 + 10 + 200 +200=

g. 125 + 350 + 100=

h. 400 + 100 + 150 + 300=

i. 120 + 1000 + 1200 + 100=

2. **Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y completa.**

- $4 \times (3 + 7) =$ ______ $\times$ ______ $+$ ______ $\times$ ______ $=$ ______ $+$ ______ $=$ ______
- $3 \times (5 + 8) =$ ____
- $6 \times (4 + 9) =$ ____
- $7 \times (2 + 6) =$ ____
- $9 \times (8 + 3) =$ ____

3. **Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la resta y completa.**

- $3 \times (5 - 4) =$ ______ $\times$ ______ $-$ ______ $\times$ ______ $=$ ______ $-$ ______ $=$ ______
- $5 \times (8 - 3) =$ ____
- $7 \times (7 - 6) =$ ____
- $9 \times (9 - 2) =$ ____
- $8 \times (6 - 5) =$ ____

4. **Completa con los números y signos que faltan y calcula el resultado.**

- $4 \times (\square + 3) = \square \times 2 + 4 \times \square =$ ______________________________
- $\square \times (5 + 6) = \square \times 5 \; \square \; 3 \times 6 =$ ______________________________
- $7 \times (8 \; \square \; 3) = \square \times \square - \square \times 3 =$ ______________________________
- $5 \times (\square - 4) = \square \times 9 \; \square \; 5 \; \square \; 4 =$ ______________________________

7. Aplica la propiedad asociativa y comprueba que obtienes el mismo resultado.

$(2 \times 4) \times 5 = 2 \times (\square \times \square)$

$\square \times \square = \square \times \square$

$\square = \square$

$(3 \times 2) \times 9 = \square \times (\square \times \square)$

$\square \times \square = \square \times \square$

$\square = \square$

$2 \times (5 \times 6) = (\square \times \square) \times \square$

$\square \times \square = \square \times \square$

$\square = \square$

$8 \times (5 \times 3) = (\square \times \square) \times \square$

$\square \times \square = \square \times \square$

$\square = \square$

8 - Une con una línea la propiedad de la adición con el ejemplo correspondiente.

	400+67 = 67+400
P. Asociativa	
	567 +0 = 567
P. Conmutativa	
	34+67 = 67 + 34
P. elemento neutro	
	(3+5)+7 = 3+ (5+7)
	0+500 = 500
	(34+56)+78 = 34+ (56+78)

CLASE 18/ 22

NÚMEROS FRACCIONARIOS

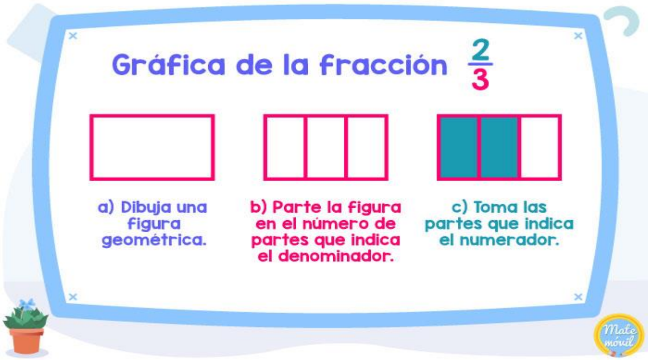
☑ **Concepto**

Una fracción es una división indicada de dos números enteros.

En tal división, el divisor es diferente de cero.

Es la relación entre dos términos en donde uno de ellos llamado **denominador** nos indica las partes en que se ha dividido una determinada unidad y la otra llamada **numerador** nos indica las partes que tomamos de esta división.

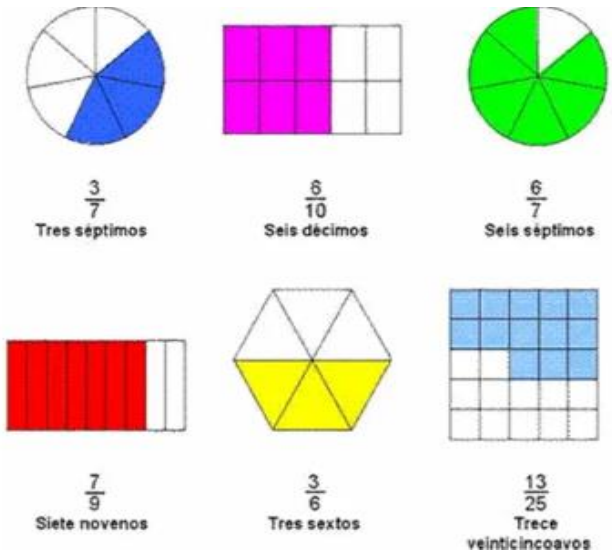
*



$F = \frac{p}{q}$

p → **Numerador** → partes tomadas

q → **Denominad**or → división

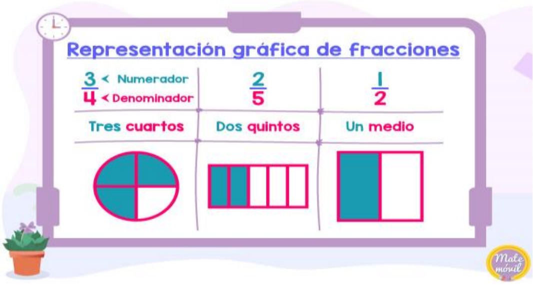


Suelen utilizarse figuras geométricas. Todas las fracciones se pueden representar en forma de gráfica. Para eso, se toma una figura geométrica, se divide en las partes que indique el denominador, estas partes deben ser iguales y se colorean las partes que indique el numerador.

☑ <u>Clasificación</u>

<u>Por comparación de sus términos</u>

<u>Propia</u>.- Cuando el denominador es mayor que el numerador D > N.



$\frac{a}{b} < 1 \rightarrow \quad a < b$

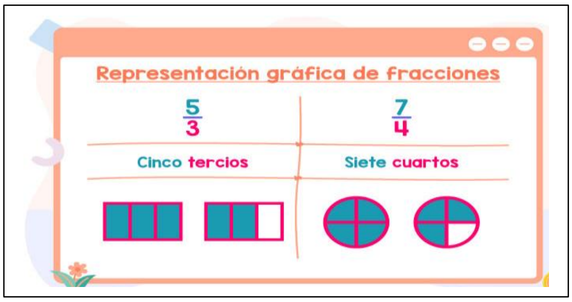
$\frac{a}{7}; \frac{5}{9}; \frac{1}{3}; \frac{2}{7}$

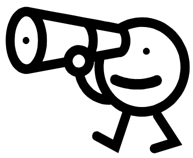
<u>Impropia</u>.- Cuando el denominador es menor que el numerador D < N.

Ejemplo:

- $\frac{a}{b} > 1 \rightarrow \quad a > b$

Ej: $\frac{10}{3}; \frac{7}{4}; \frac{9}{2}$





<u>Por su denominador</u>

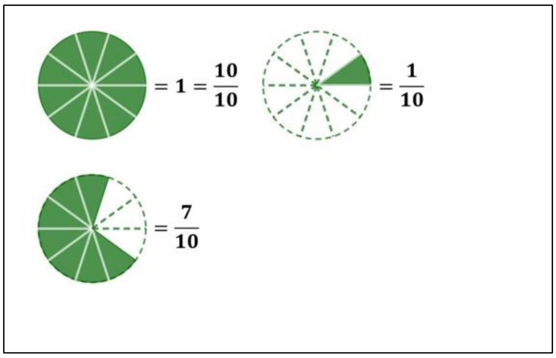
<u>Ordinaria</u>.- Es aquella cuyo denominador es diferente de una potencia de 10.

Ejemplo:

$\frac{9}{4}, \frac{3}{11}, \frac{1}{2}$

<u>Decimal</u>.- Es aquella cuyo denominador es una potencia de 10.

Ejemplo:



$\frac{7}{10}, \frac{13}{100}, \frac{19}{1000}, \ldots$

Por comparación de los denominadores

Homogénea.- Son aquellas cuyos denominadores son iguales.

- Ejemplo: $\frac{3}{4}, \frac{2}{4}$ / $\frac{2}{7}, \frac{5}{7}$

Heterogénea.- Son aquellas con denominadores diferentes.

Ejemplo:

- $\frac{3}{5}, \frac{7}{9}$ / $\frac{3}{11}, \frac{4}{9}$

⦿ Fracción Reductible o Equivalente

Es aquella cuyo numerador y denominador tienen un divisor común diferente de la unidad, es decir se puede simplificar.

Simplificar= dividir los términos (numerador y denominador) por un mismo número...

Ejemplo:

- $\frac{14}{21}$ → Simplificando → $\frac{2}{3}$ → $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ **(en este caso 14 y 21 fueron divididos por 7)**

- $\frac{8}{24}$ → Simplificando → $\frac{1}{3}$ → $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ **(en este caso 8 y 24 fueron divididos por 8)**

⦿ Fracción Irreductible

Es aquella cuyos términos son primos entre sí.

Números primos = son los divisibles solamente por sí mismos y la unidad (1)

Ejemplo:

$\frac{5}{7}, \frac{9}{11}, \frac{4}{9}, \frac{7}{3}$

SIMPLIFICAR

SIMPLIFICA LAS SIGUIENTES FRACCIONES

$\frac{16}{32} =$	$\frac{16}{18} =$	$\frac{4}{8} =$	$\frac{6}{12} =$
$\frac{2}{4} =$	$\frac{25}{35} =$	$\frac{10}{25} =$	$\frac{8}{12} =$
$\frac{3}{24} =$	$\frac{4}{18} =$	$\frac{6}{9} =$	$\frac{2}{4} =$

¿Qué números primos se usaron para simplificar la fracción?

$$\frac{780}{585} \xrightarrow{\div \square} \frac{260}{195} \xrightarrow{\div \square} \frac{52}{39} \xrightarrow{\div \square} \frac{4}{3}$$

a) 3, 5, 13 b) 2, 3, 5 c) 3, 5, 11

Las siguientes fracciones están simplificadas, halla el término que corresponde a cada cuadrado.

1) $\frac{20}{15} = \frac{\boxed{4}}{3}$	2) $\frac{81}{45} = \frac{\square}{5}$
4) $\frac{72}{64} = \frac{9}{\square}$	5) $\frac{100}{150} = \frac{\square}{3}$
7) $\frac{18}{24} = \frac{3}{\square}$	8) $\frac{80}{96} = \frac{5}{\square}$
10) $\frac{72}{162} = \frac{\square}{9}$	11) $\frac{84}{196} = \frac{3}{\square}$
13) $\frac{144}{816} = \frac{3}{\square}$	14) $\frac{324}{468} = \frac{\square}{13}$

a) $\frac{36}{60}=$	h) $\frac{70}{55}=$	ñ) $\frac{360}{576}=$
b) $\frac{75}{50}=$	i) $\frac{135}{140}=$	o) $\frac{112}{392}=$
c) $\frac{64}{48}=$	j) $\frac{130}{325}=$	p) $\frac{252}{324}=$
d) $\frac{120}{600}=$	k) $\frac{64}{288}=$	q) $\frac{240}{384}=$
e) $\frac{400}{800}=$	l) $\frac{135}{81}=$	r) $\frac{432}{792}=$
f) $\frac{42}{70}=$	m) $\frac{144}{336}=$	s) $\frac{168}{312}=$
g) $\frac{24}{40}=$	n) $\frac{96}{216}=$	t) $\frac{144}{272}=$

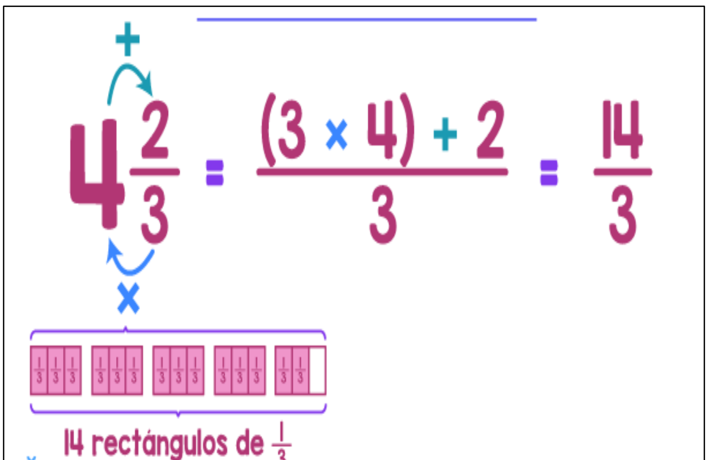
$\frac{6}{8}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{15}{24}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{32}{28}=\frac{\square}{\square}$

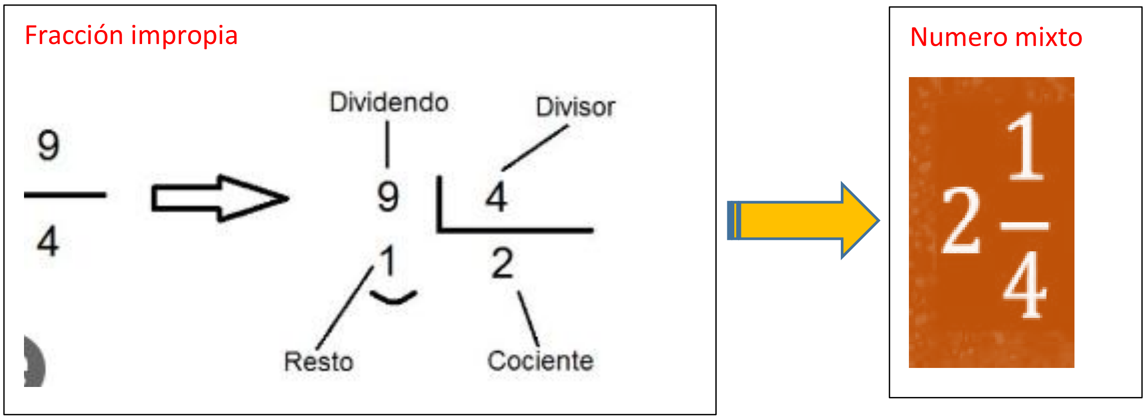
$\frac{27}{15}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{81}{45}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{25}{35}=\frac{\square}{\square}$

$\frac{140}{260}=\frac{\square}{\square}$ $\frac{240}{160}=\frac{\square}{\square}$

CLASE 23/ 26

NUMEROS MIXTOS





Ejercicio 7 Expresa como número mixto cada una de las siguientes fracciones impropias:

a) $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ d) $\frac{17}{6} =$ g) $\frac{14}{5} =$ j) $\frac{71}{12} =$

b) $\frac{11}{4} =$ e) $\frac{15}{9} =$ h) $\frac{35}{4} =$ k) $\frac{25}{4} =$

c) $\frac{13}{3} =$ f) $\frac{23}{6} =$ i) $\frac{49}{8} =$ l) $\frac{83}{9} =$

m) $\frac{45}{6} =$ o) $\frac{80}{3} =$ r) $\frac{123}{8} =$ u) $\frac{147}{6} =$

n) $\frac{53}{8} =$ p) $\frac{56}{5} =$ s) $\frac{174}{9} =$ v) $\frac{137}{5} =$

ñ) $\frac{61}{6} =$ q) $\frac{73}{8} =$ t) $\frac{161}{7} =$ w) $\frac{142}{6} =$

Ejercicio 8 Expresa cada una de las siguientes expresiones como número mixto:

a) $1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$ d) $2 + \frac{3}{7} =$ g) $5 + \frac{1}{2} =$ j) $4 + \frac{1}{5} =$

b) $7 + \frac{1}{8} =$ e) $4 + \frac{1}{6} =$ h) $10 + \frac{1}{3} =$ k) $2 + \frac{1}{10} =$

c) $3 + \frac{2}{5} =$ f) $6 + \frac{2}{7} =$ i) $8 + \frac{1}{6} =$ l) $3 + \frac{1}{8} =$

Convertir fracciones impropias en números mixtos

Fracción — Número mixto

$$\frac{14}{3} \rightarrow \begin{array}{l|l} 14 & 3 \\ \cline{2-2} 2 & 4 \end{array} \rightarrow 4\frac{2}{3}$$

El denominador NO CAMBIA

$\frac{14}{5} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{62}{9} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{17}{3} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$
$\frac{33}{7} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{7}{4} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{77}{8} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$
$\frac{51}{8} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{28}{5} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{61}{7} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$
$\frac{31}{9} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{29}{6} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{17}{2} = \qquad \frac{\quad}{\quad}$

CLASE 27/ 32

FRACCIONES EQUIVALENTES

Las Fracciones Equivalentes tienen el mismo valor, aunque parezcan diferentes.

Estas fracciones son en realidad lo mismo:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

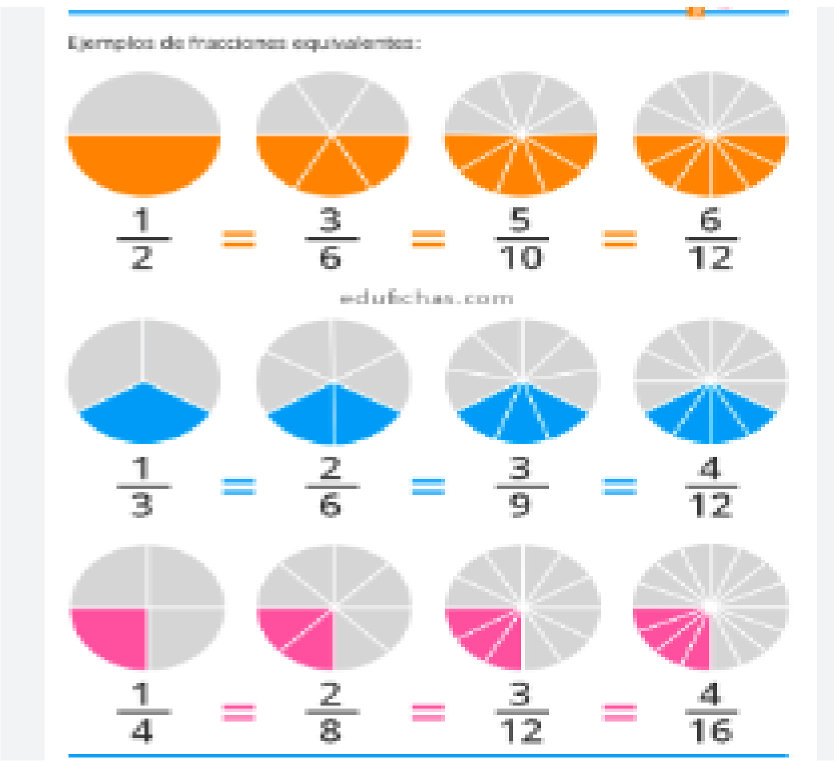
¿Por qué son lo mismo?

Porque cuando multiplicas o divide **a la vez** arriba y abajo por el mismo número, la fracción mantiene su valor. La regla a recordar es:¡Lo que haces a la parte de arriba de la fracción también lo tienes que hacer a la parte de abajo!

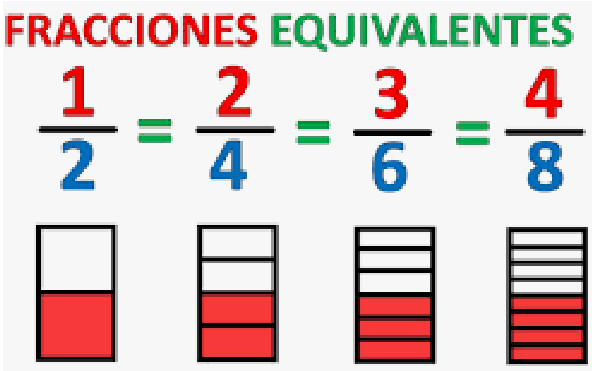
Las fracciones son equivalentes, si son iguales o si representan la misma cantidad.

En estos ejemplos las fracciones aparentemente no son iguales, pero si observamos los gráficos, vemos que son iguales o equivalentes

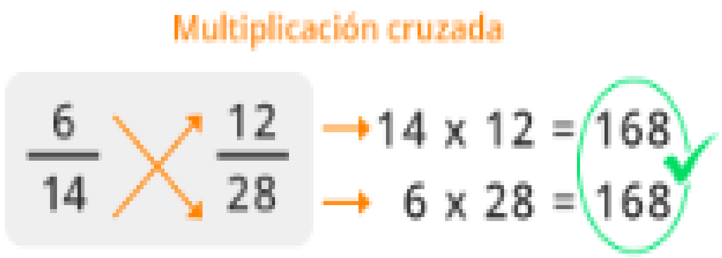
En estos ejemplos las fracciones aparentemente no son iguales, pero si observamos los gráficos, vemos que son iguales o equivalentes



En estos ejemplos las fracciones aparentemente no son iguales, pero si observamos los gráficos, vemos que son iguales o equivalentes



Como saber si dos fracciones son equivalentes

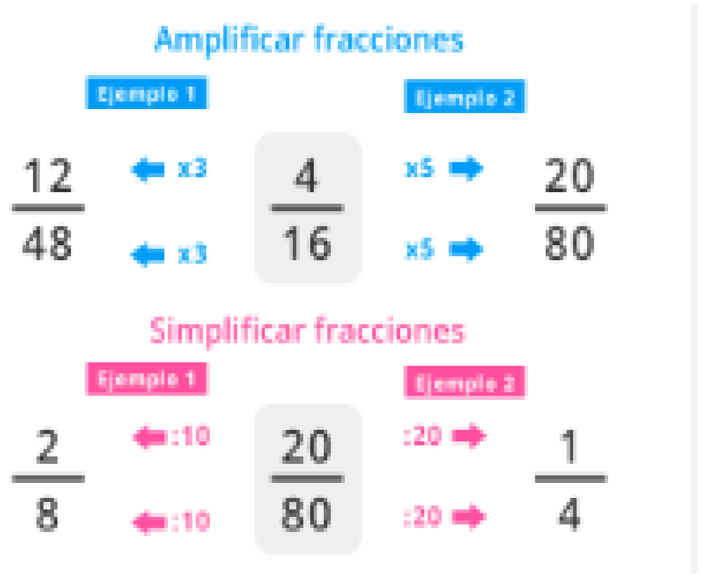


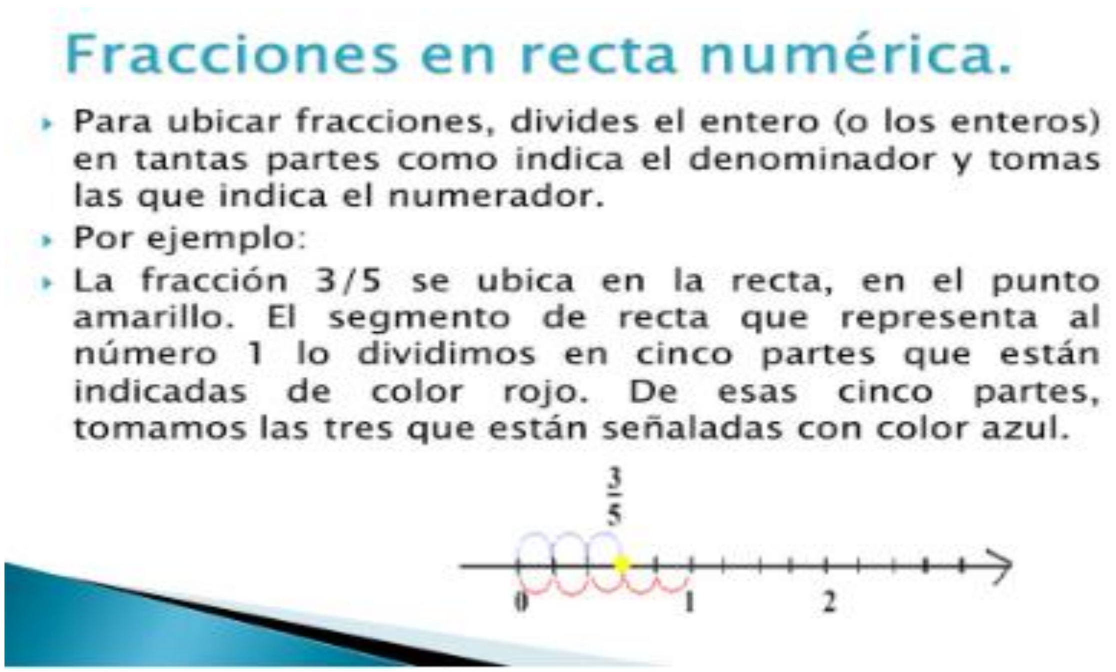
Multiplicando el numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda,

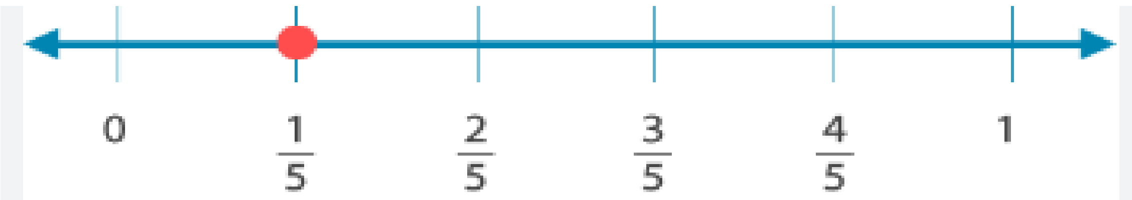
y, el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción,

si el resultado de ambas operaciones es igual, son equivalentes

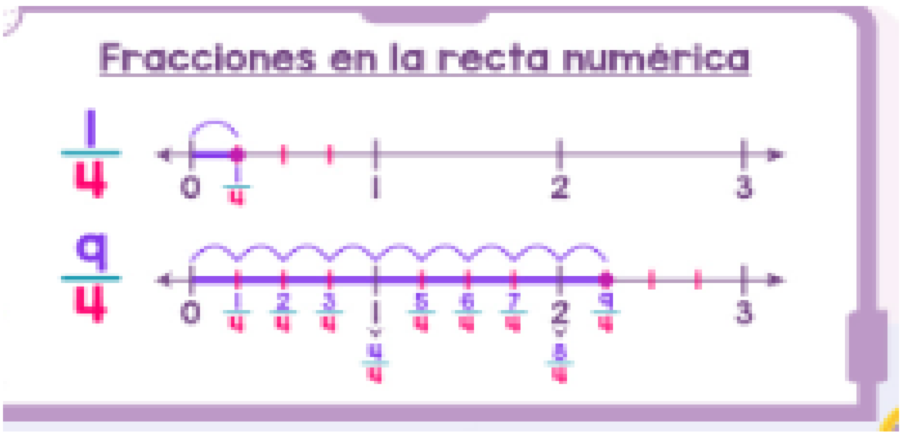
Como crear fracciones equivalentes a partir de una fracción



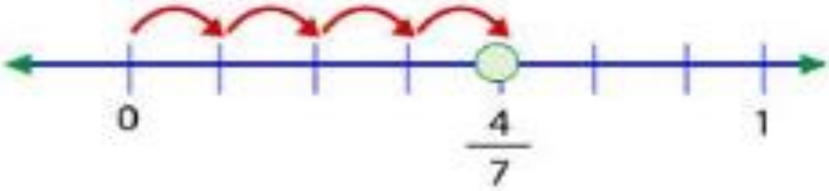




La recta se dividió en 5 segmentos iguales, como indica el denominador.



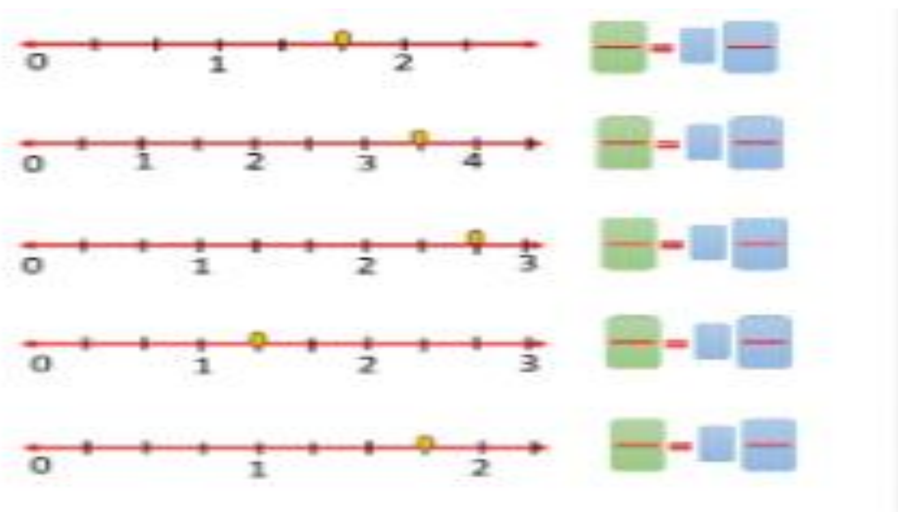
Vamos a ubicar en la recta numérica la fracción $\frac{4}{7}$



Fíjate que la recta se dividió en 7 segmentos iguales, como indica el denominador.

La fracción se ubicó en el segmento 4, como indica el numerador.

Escribe la fracción impropia y el número mixto que representa la recta numérica

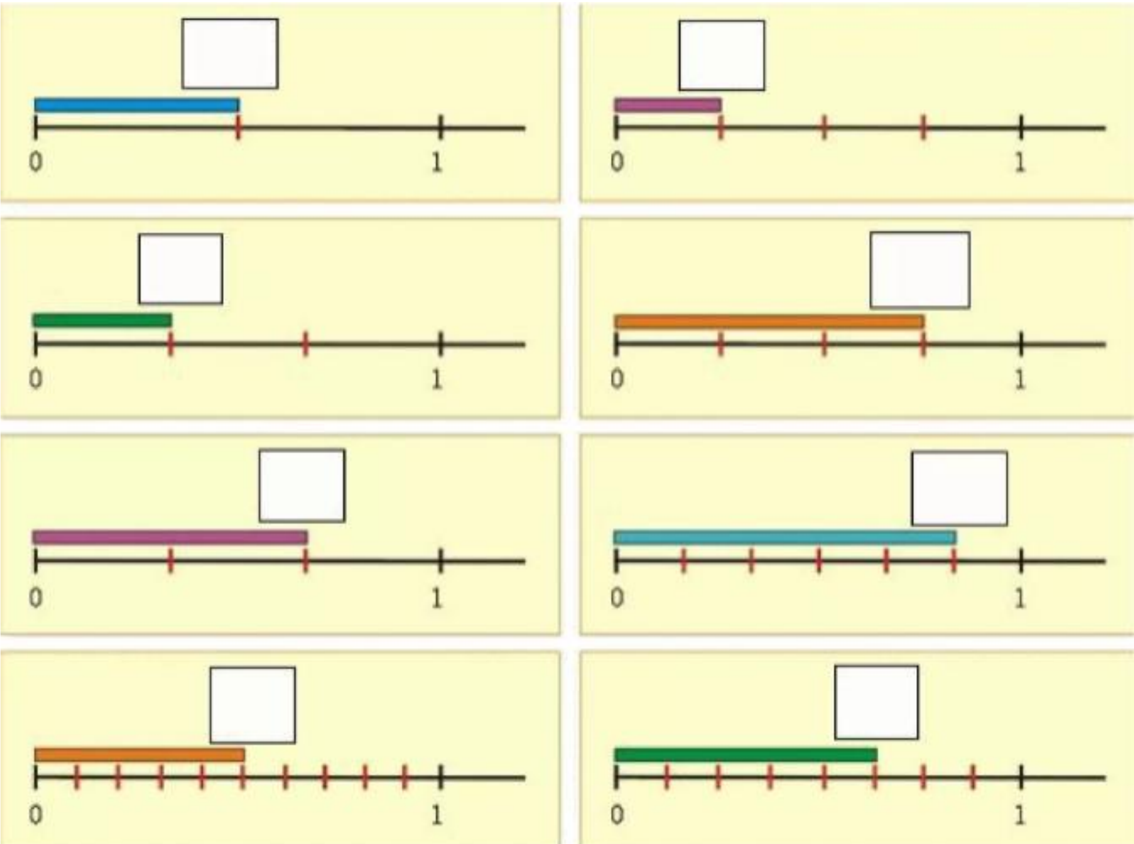


En una cocina, los utensilios están colocados de la siguiente manera:

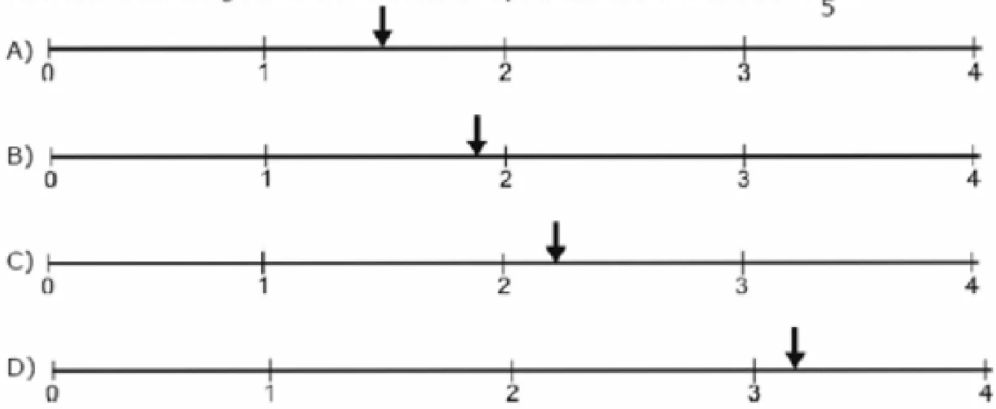
¿En cuál de las siguientes fracciones se ubica el cuchillo?

A) $\frac{1}{5}$　　B) $\frac{2}{5}$　　C) $\frac{3}{5}$　　D) $\frac{4}{5}$

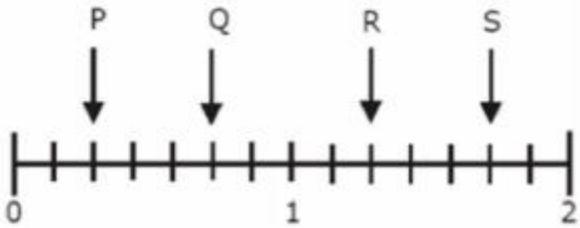
Observa la recta numérica y escribe la fracción que representa cada color.



¿En cuál de las siguientes rectas está representada la fracción $3\frac{1}{5}$?



En la siguiente recta numérica, ¿qué letra tiene la flecha que señala la fracción $1\frac{2}{7}$?



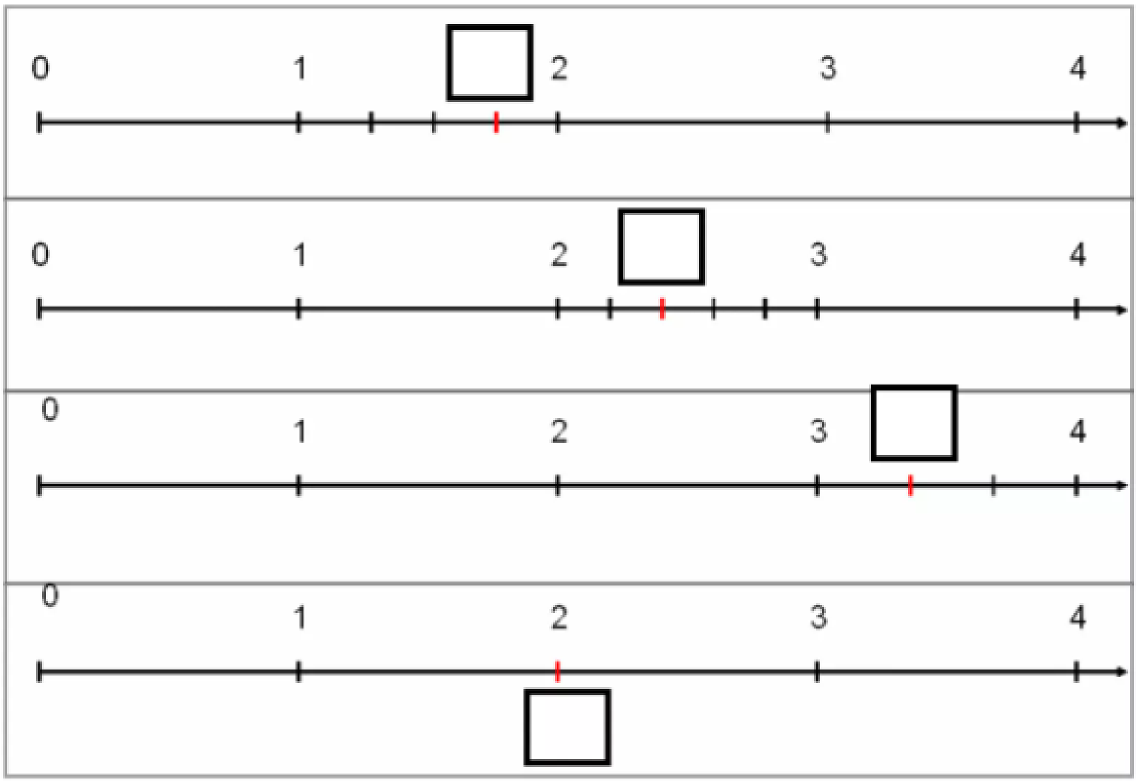
A) P

B) R

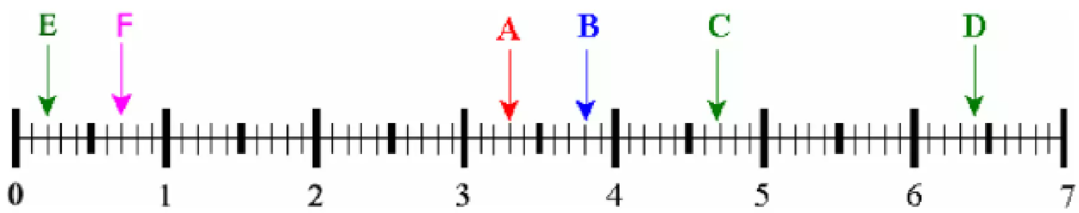
C) Q

D) S

¿Que fracción corresponde a las marcas rojas en la recta?

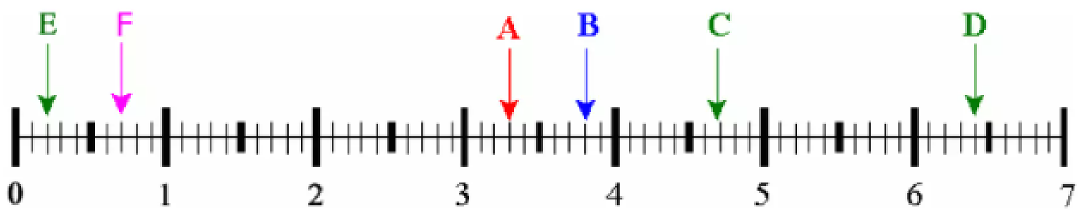


¿Que letra esta señalando el punto 3 3/10?



Respuesta: _______________

¿Que letra esta señalando el punto 6 4/10?

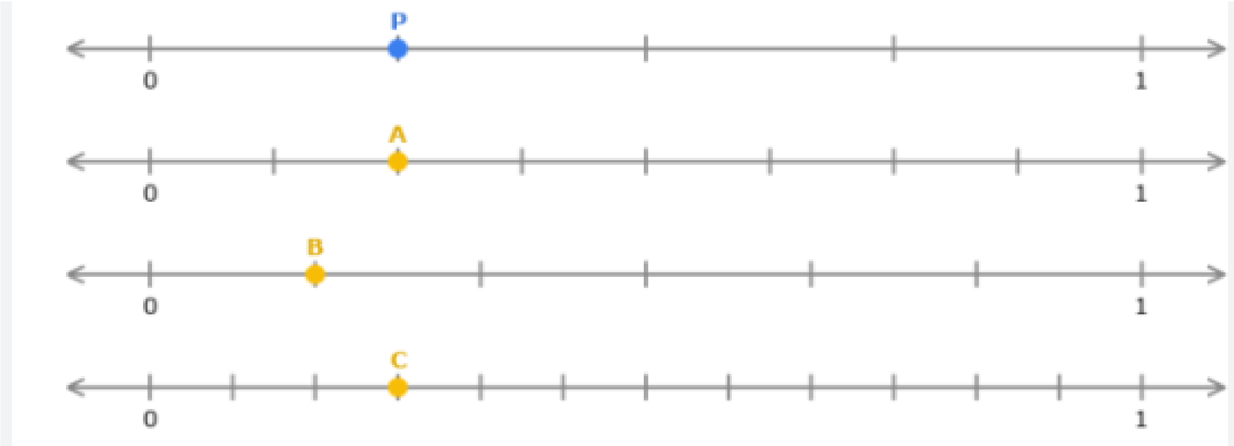


Respuesta: _______________

En el siguiente ejercicio cada una de las rectas numéricas muestra una fracción

- Indica qué fracción corresponde a los puntos: **P, A, B,** y **C**
- Responde: **hay fracciones equivalentes? ¿**Cuáles?

-


P
0
1
A
0
1
B
0
1
C
0
1